

Plano de Estudos cesec

Matemática

Ensino Médio

Módulo I



**ESCOLA DE FORMAÇÃO
E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL
DE EDUCADORES DE MINAS GERAIS**

Governador do Estado de Minas Gerais

Romeu Zema Neto

Vice-governador do Estado de Minas Gerais

Mateus Simões de Almeida

Secretário de Estado de Educação

Igor de Alvarenga Oliveira Icassatti Rojas

Secretária Adjunta

Fernanda de Siqueira Neves

Subsecretária de Desenvolvimento da Educação Básica

Kellen Silva Senra

Superintendência de Políticas Pedagógicas

Rosely Lúcia de Lima

Diretoria de Modalidades de ensino e Temáticas Especiais

Fabiana Benchetrit dos Santos

Coordenação da Educação de Jovens e Adultos

Denise Jacqueline Silva Oliveira

Superintendente da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores

Graziela Santos Trindade

Diretora da Coordenadoria de Ensino da EFE

Janeth Cilene Betônico da Silva

Elaboração e construção

Professores Formadores da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores

Revisão

Equipe Pedagógica e Professores Formadores da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores

Supervisão

Juliano Alves Andrade
Silene Gelmini Araújo Veloso

Prezado Estudante,

Você está recebendo o Plano de Estudos de **COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO – MÓDULO I**. Nele você encontrará conteúdos e propostas didáticas que o ajudarão a desenvolver habilidades fundamentais para o prosseguimento ou conclusão de seus estudos.

O material foi elaborado considerando o seu perfil, trajetória de vida, interesses, objetivos e necessidades. Neste Plano de Estudos você encontrará uma diversidade de textos, imagens, vídeos, músicas, questões, exercícios e outras propostas pedagógicas que foram elaboradas pensando em favorecer o seu processo de aprendizagem.

Você deverá desenvolver as atividades didáticas aqui propostas a partir dos suportes disponibilizados neste material e no Google Classroom. Porém, para o esclarecimento de qualquer dúvida ou para uma assessoria mais personalizada para a compreensão de conceitos ou realização das questões você pode contar com a orientação de estudos feita pelo professor orientador da aprendizagem do CESEC em que você está matriculado.

Desejamos que seus objetivos possam ser alcançados e que você continue em seu percurso escolar com sucesso.

Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais

SUMÁRIO

TEMA DE ESTUDO: Geometria e Medidas.....	05
TEMA DE ESTUDO: Números e Álgebra	11
TEMA DE ESTUDO: Números e Álgebra	29
TEMA DE ESTUDO: Probabilidade e estatística	37
REFERÊNCIAS	41

MODULO NÚMERO I DE ESTUDO CESEC

Referência: Ensino Médio

Ano Letivo: 2025

Área de Conhecimento: Matemática e suas Tecnologias

Componente Curricular: Matemática

PLANO DE ESTUDOS

Habilidades:

(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

Unidade Temática:

- Geometria e Medidas.

Objetos de Conhecimento:

- Notação científica.

Olá, estudante!

Neste caderno vamos falar sobre:

- **Notação Científica:** Uma forma prática de escrever números muito grandes ou muito pequenos, facilitando a compreensão e o cálculo.
- **Estudo e Construção no plano cartesiano:** Vamos praticar a interpretação e criação de pontos no plano cartesiano.
- **Funções Polinomiais de Primeiro Grau e Segundo Grau:** Estudaremos como diferenciar equações simples de primeiro e segundo graus e entender a relação entre duas variáveis.
- **Funções Afins e funções do Segundo Grau:** Exploraremos esses tipos de funções e como interpretar seus gráficos.
- **Funções exponenciais e Logarítmicas:** Exploraremos como as funções exponenciais e logarítmicas se comportam em diferentes intervalos numéricos.
- **Noções de probabilidade:** Estudo da chance de ocorrência de eventos, utilizando conceitos como espaço amostral, eventos e a fórmula de probabilidade para calcular a frequência esperada de eventos em situações incertas.

Queremos que vocês se dediquem aos estudos com entusiasmo e confiança, pois cada conhecimento adquirido será um passo importante rumo ao sucesso da vida de vocês. Estamos aqui para ajudá-los em cada etapa desse processo, por isso criamos com muito carinho este material de apoio.

Vamos juntos em mais uma jornada de aprendizado e crescimento!

A **Notação Científica** é uma forma simples e eficiente de representar números muito grandes ou muito pequenos usando potências de 10. Ela ajuda a expressar medidas de maneira mais prática, destacando os algarismos significativos e aqueles que podem gerar dúvida, pois toda medida tem um certo nível de erro. Vamos começar compreendendo o que é a notação científica.

Essa notação é usada para simplificar a escrita de números com muitos algarismos. O formato geral é **N x 10ⁿ**, onde N é um número entre 1 e 9,999... (o termo dígito) e **10ⁿ** é o termo exponencial, que indica quantas vezes o número é multiplicado ou dividido por 10.

Por exemplo, o número 378 pode ser escrito como 3,78 x 10² em notação científica, ou seja, 3,78 multiplicado por duas vezes 10. Se o número for maior que 1, o expoente será positivo.

Já para números menores que 1, o processo é de divisão por 10 até se chegar ao formato **N x 10ⁿ**, com o expoente sendo negativo. Por exemplo, 0,025 é escrito como 2,5 x 10⁻², pois o número 2,5 foi dividido duas vezes por 10 para alcançar 0,025. Para números menores que 1, o expoente sempre será negativo.

Imagem: Potências de base 10

Notação Científica

Potências de base 10

10 ⁰ = 1	
10 ¹ = 10	10 ⁻¹ = 0,1
10 ² = 100	10 ⁻² = 0,01
10 ³ = 1000	10 ⁻³ = 0,001
10 ⁴ = 10000	10 ⁻⁴ = 0,0001
10 ⁵ = 100000	10 ⁻⁵ = 0,00001
10 ⁶ = 1000000	10 ⁻⁶ = 0,000001
10 ⁷ = 10000000	10 ⁻⁷ = 0,0000001
10 ⁸ = 100000000	10 ⁻⁸ = 0,00000001
10 ⁹ = 1000000000	10 ⁻⁹ = 0,000000001
10 ¹⁰ = 10000000000	10 ⁻¹⁰ = 0,0000000001

Fonte: Ribeiro Júnior, 2024

EXEMPLOS:

a. $2000000 = 2 \cdot 10^6$

b. $200\ 000\ 000 = 2 \cdot 10^8$

c. $200\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 2 \cdot 10^{17}$

d. $1\ 200\ 000\ 000\ 000 = 1,2 \cdot 10^{12}$

e. $0,02 = 2 \cdot 10^{-2}$

f. $0,002 = 2 \cdot 10^{-3}$

g. $0,000\ 000\ 002 = 2 \cdot 10^{-9}$

h. $0,000000000000000000016 = 1,6 \cdot 10^{-19}$

Imagina ter que calcular $50.000.000.000$ (50 bilhões) $\times 0,0005$

As calculadoras simples não teriam como registrar o número $50.000.000.000$, pois elas normalmente registram somente até 8 dígitos. Fazendo esse cálculo com tantos zeros correríamos o risco de errarmos em algum.

Usar potências de base 10 para expressar esses números ajuda a não cometer tantos erros.

Então vamos lá:

$$50.000.000.000(50 \text{ bilhões}) \times 0,0005 =$$

$$= (5 \times 10^{10}) \times (5 \times 10^{-4})$$

$$= 5 \times 5 \times 10^{10} \times 10^{-4}$$

$$= 25 \times 10^{10-4}$$

$$= 25 \times 10^6$$

$$= 25 \times 1\ 000\ 000$$

$$= 25\ 000\ 000$$

Note que as operações envolvidas são muito mais simples. Efetuar 5×5 e $10 - 4$ é bem mais fácil do que $50.000.000.000 \times 0,0005$.

Portanto, a Notação Científica é muito importante para os cálculos com valores extremamente grandes ou pequenos.

Para saber mais acesse: O que é Notação científica. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=EFYYKpy3Qwg>

Para uma melhor apropriação desses conceitos, vamos praticar:

ATIVIDADES

1. Escreva os números em notação científica.

1) 85 700	5) 13 000 000
2) 945 000 000 000	6) 1 080 000 000
3) 0,00079	7) 0,000000000013
4) 0,00000002	8) 0,0000000005

2. Observe a figura abaixo e responda:

Imagem: Distância aproximada da Terra



Fonte: Brainly, 2024

A distância entre a Terra e o Sol é de 149.600.000 km, escrever esta distância na forma de notação científica seria escrever como de qual das opções a seguir:

- A) $1,496 \times 10^8$.
- B) $14,96 \times 10^8$.
- C) $149,6 \times 10^8$.
- D) 1496×10^8 .

3. Você já notou que alguns números são muito grandes, como, por exemplo, a população mundial representada por 7 800 000 000 (7,8 bilhões) de pessoas; já, outros, são muito pequenos, como o tamanho de uma célula animal que mede 0,00002 m (20 micrômetros). Desta forma, utilizamos a notação científica, que é uma maneira de representar esses números de uma forma mais simples, tendo em vista que, a notação científica utiliza a potência de base 10 para diminuir a quantidade de algarismos desses números. Agora, responda as perguntas que seguem.

- A) O que você acha mais fácil: escrever 7 800 000 000 ou 7,8 bilhões? E qual você acha mais fácil escrever: 0,00002 m ou 20 micrômetros? Agora, quando falamos 7,8 bilhões ou 20 micrômetros, você compreende bem essas grandezas?
- B) Represente esses dois números na forma de notação científica.

4. Qual número é maior $2,145 \cdot 10^{36}$ ou $789,42 \cdot 10^{29}$

5. Causada pelo novo coronavírus (SARS-CoV-2), o Brasil viveu a pandemia nos anos de 2020 e 2021, conhecida como Covid 19. Existem vários tipos de vírus que podem ter estrutura e tamanhos diferentes, porém, no geral, são seres minúsculos invisíveis a olho nu e que se espalham rapidamente. O comprimento típico de um vírus é de 0,000001 centímetros, de diâmetro, aproximadamente. Escrito em notação científica corresponde a:

- A) 1×10^{-7} cm.
- B) 1×10^{-6} cm.
- C) 1×10^{-5} cm.
- D) 1×10^{-4} cm.

[illegible]

PLANO DE ESTUDOS

Habilidades:

(EM13MAT302A) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

Unidade Temática:

- Números e Álgebra.

Objetos de Conhecimento:

- Plano cartesiano;
- Expressão algébrica;
- Função polinomial de primeiro e segundo graus;
- Funções afins e funções de segundo graus;

Para o desenvolvimento destas habilidades vamos rever informações importantes: expressões algébricas e o Plano Cartesiano. Assim, daremos sustentação para o aprendizado em funções, que é o foco das habilidades propostas para este tópico.

Um breve e importante resumo:

- ⇒ A linguagem algébrica é aquela que usa letras, símbolos e números para expressar de forma clara e objetiva operações matemáticas.
- ⇒ Expressões Algébricas: é uma expressão matemática composta por números, letras, operações e sinais indicativos de prioridade. Exemplos: $3x^2 - 2x + 10$; $4ab - 3a^4 + b$.
- ⇒ Termo algébrico é um produto de números e letras ou de letras somente. Por exemplo, na expressão $4ab - 3a^4 + b$, os termos são: $4ab$, $-3a^4$ e b .

⇒ Cada termo algébrico é formado por um coeficiente (número) e uma parte literal (letras). Cada letra da parte literal é chamada variável. Por exemplo, na mesma expressão citada $4ab - 3a^4 + b$, temos:

TERMOS	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	VARIÁVEL
$4ab$	4	ab	a e b
$-3a^4$	-3	a^4	a
b	1	b	b

Valor numérico de uma expressão algébrica

Dada uma expressão algébrica, substituindo cada variável por um número, obtemos uma expressão numérica e, ao calcular seu valor, calculamos o valor numérico da expressão algébrica.

Para evitar desordem entre operações, recomendamos que a substituição de cada variável pelo valor numérico seja feita entre parênteses. Exemplos:

1) $2m^2 - 5m + 3$, para $m = 2$

$$2.(2)^2 - 5.(2) + 3 =$$

$$2.4 - 5.2 + 3 =$$

$$8 - 10 + 3 = 1$$

2) $a^2b - a^3 + b^2$, para $a = -1$ e $b = 2$

$$(-1)^2.(2) - (-1)^3 + (2)^2 =$$

$$1.2 - (-1) + 4 =$$

$$2 + 1 + 4 = 7$$

3) $2x + 3$, para $x = 1$

$$2(1) + 3 =$$

$$2 + 3 = 5$$

4) $3x^2 - 2x + 4$, para $x = 1$

$$3(1)^2 - 2(1) + 4 =$$

$$3 - 2 + 4 = 5$$

Podemos também problematizar as expressões algébricas, por exemplo, perguntando qual é o quadrado de um número subtraído de 16?

Para resolvermos, basta considerar que x seja a variável que estamos procurando, $x^2 - 16$. Daí, podemos atribuir qualquer valor a x .

O uso de expressões algébricas é muito comum para entendermos o comportamento matemático de variáveis e para descrever fórmulas de outros componentes curriculares como Física, Química e da própria Matemática, sendo bastante comum no estudo da geometria analítica, funções, polinômios e equações.

Agora vamos rever equações e seguir para as funções.

Equação é uma expressão algébrica que contém uma igualdade, que é a que permite encontrar os resultados da equação. Segue quadro para exemplificar e diferenciar expressão de equação.

Expressão algébrica	Equação
$3x + 2$	$3x + 2 = 0$
$2x - 1$	$2x - 1 = 7$

As equações foram criadas para auxiliar as pessoas a encontrarem soluções para problemas nos quais um número ou variável não é conhecido.

As equações do 1º grau podem apresentar duas incógnitas ou variáveis e que são representadas pela expressão $ax + by = c$, onde a e b são diferentes de 0 e c assume qualquer valor real. Uma forma muito usual de apresentar uma equação de 1º grau com duas variáveis ou incógnitas é

$ax + by = 0$, com $a \neq 0$, $b \neq 0$.

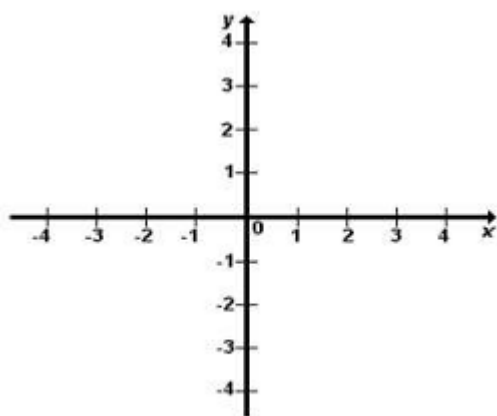
Para representar uma equação de 1º grau com duas variáveis, uma boa solução é usar o plano cartesiano. Por isso vamos lembrá-lo.

Imagem : Plano cartesiano

O plano cartesiano é formado por duas retas perpendiculares, uma horizontal, que recebe o nome de eixo das abscissas (eixo x) e uma reta vertical, que recebe o nome de eixo das ordenadas (eixo y). Cada reta é numerada sendo o ponto de interseção dessas duas retas chamado de origem.



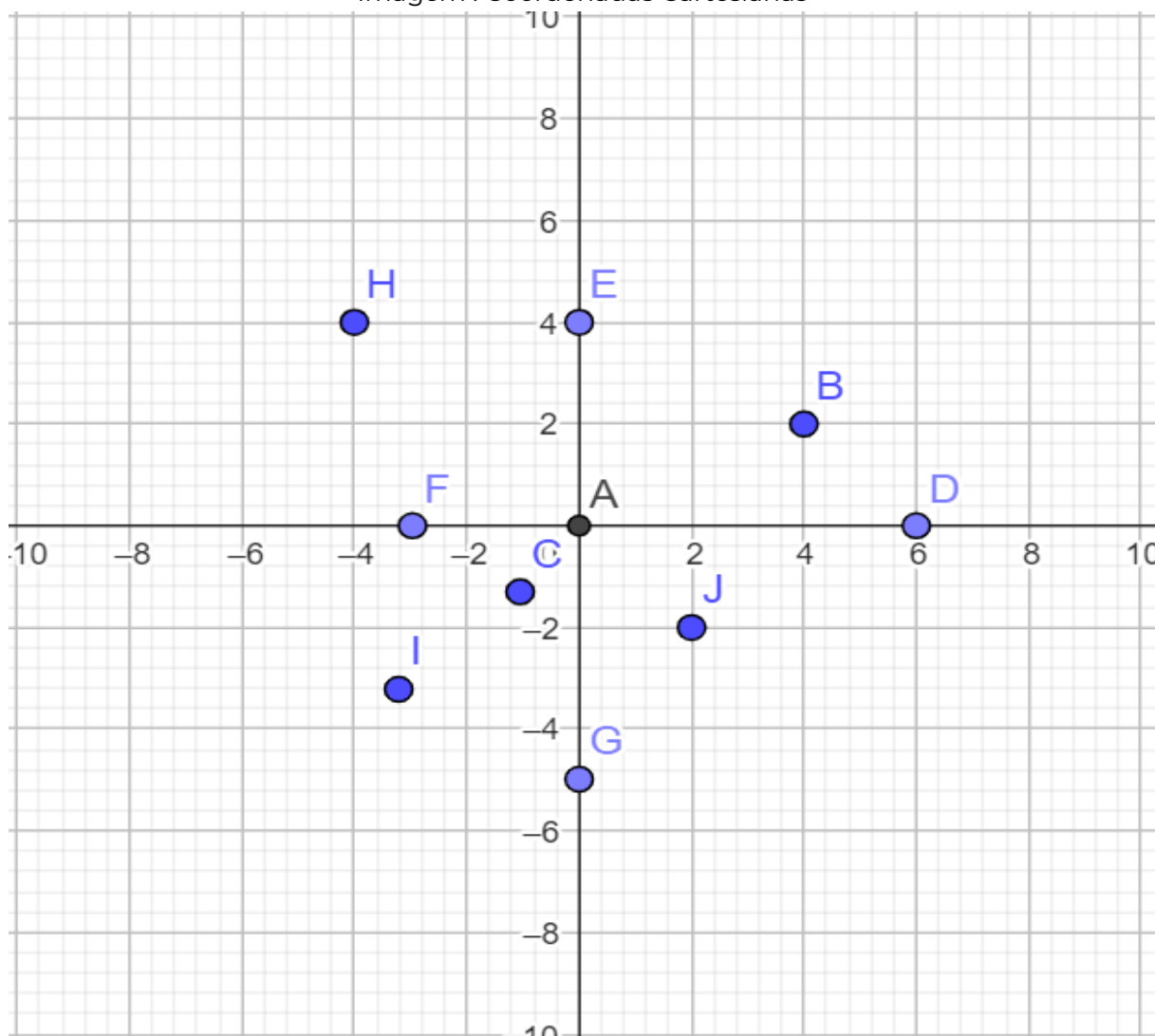
Fonte: Blogspot, 2013



As coordenadas cartesianas são representadas pelos pares ordenados ($x;y$). Em razão dessa ordem, devemos localizar o ponto observando primeiramente o eixo x e posteriormente o eixo y. Qualquer ponto que não se encontre sobre os eixos, estará localizado nos quadrantes.

Observe a figura abaixo:

Imagem : Coordenadas Cartesianas



Fonte: Ribeiro, 2024

O ponto A (0,0) é a origem do plano cartesiano.

Os pontos: B, C, H, I e J não estão localizados nos eixos e sim nos quadrantes.

1º Quadrante B (4,2);

2º Quadrante H (-4, 4);

3º Quadrante I (-3, -3) e C (-1, -1);

4º Quadrante J (2, -2)

Os pontos: D (6, 0); E (0, 4); F(-3, 0) e G (0, -5) estão localizados nos eixos.

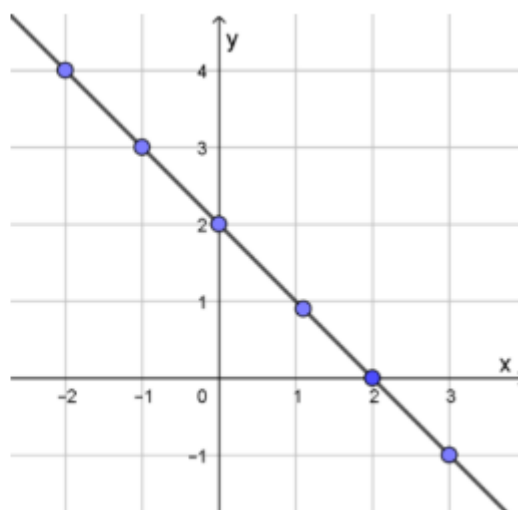
D e F no eixo das abscissas, eixo “X” e os pontos E e G no eixo das ordenadas, eixo “Y” .

Após relembrarmos o plano cartesiano, vamos praticar a construção das soluções das equações lineares por meio de tabelas e gráficos?

Exemplo: Represente em uma tabela algumas soluções que satisfaçam a equação $x + y = 2$ e, depois, represente os pares ordenados no plano cartesiano.

Imagem : Representação gráfica de uma função

x	$y = -x + 2$	(x, y)
-2	4	(-2, 4)
-1	3	(-1, 3)
0	2	(0, 2)
1	1	(1, 1)
2	0	(2, 0)
3	-1	(3, -1)



Fonte: Minas Gerais, 2022

Saiba mais sobre Representação Gráfica de uma Equação do 1º grau com duas Incógnitas

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=zvX9gCd19bo&t=116s> .

Equação do segundo grau.

A equação do 2º grau, também chamada de equação quadrática é do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a , b e c números reais e $a \neq 0$. Esta é sua forma padrão. Mas, às vezes, à primeira vista, uma equação quadrática não aparenta ter essa forma. Vejamos alguns exemplos.

Outras formas	Transformação a ser implementada	Equação no formato padrão	Valores dos coeficientes a , b e c
$x^2 = 3x - 1$	Mova todos os termos para a esquerda da igualdade.	$x^2 - 3x + 1 = 0$	$a = 1$ $b = -3$ $c = 1$
$2(z^2 - 2z) = 5$	Faça os cálculos para extrair os parênteses e mova o 5 para esquerda da igualdade.	$2z^2 - 4z - 5 = 0$	$a = 2$ $b = -4$ $c = -5$
$(t + 2)^2 = 0$	Desenvolva o binômio pela regra dos produtos notáveis	$t^2 + 4t + 4 = 0$	$a = 1$ $b = 4$ $c = 4$
$(x - 0)(x - 6) = 0$	Desenvolva o produto	$x^2 - 6x = 0$	$a = 1$ $b = -6$ $c = 0$

Como resolver uma equação quadrática?

Embora existam outras maneiras de encontrar soluções e você já tenha aprendido anteriormente, vamos recordar aqui a fórmula quadrática especial, chamada também de fórmula de Bhaskara. Com ela basta substituir os valores de a , b , c e fazer os cálculos para encontrar as soluções da equação.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

que é a mesma coisa que:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Agora que revisamos expressões algébricas, equações de primeiro grau e segundo grau vamos aprofundar nosso conhecimento sobre funções polinomiais de 1º e 2º graus.

Uma função é chamada de função polinomial quando sua lei de formação é um polinômio.

As funções polinomiais são classificadas de acordo com o grau do polinômio que as define. Por exemplo, se o polinômio que descreve a lei de formação da função for de grau dois, dizemos que essa é uma função polinomial do segundo grau.

Exemplos de Polinômios: Polinômio de 1º grau: $2x+3$

Polinômio de 2º grau: x^2-4x+4

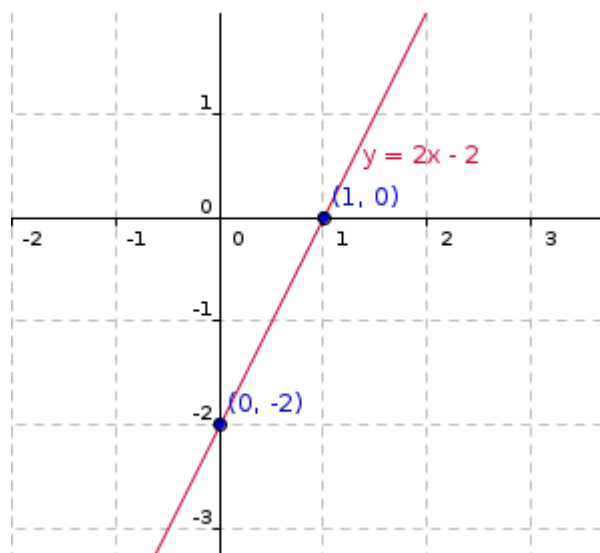
Polinômio de 3º grau: x^3-3x^2+2x-1

Polinômio de 4º grau: $x^4-2x^3+x^2-5x+6$ e assim por diante.

Para calcular o valor numérico de uma função polinomial, basta substituir a variável pelo valor desejado, transformando o polinômio em uma expressão numérica. No estudo dessas funções, é comum a representação gráfica no plano cartesiano. A função polinomial do 1º grau tem sempre um gráfico em forma de reta:

Representação gráfica da função $f(x)=2x - 2$

Imagem: Representação gráfica da função $f(x)=2x - 2$

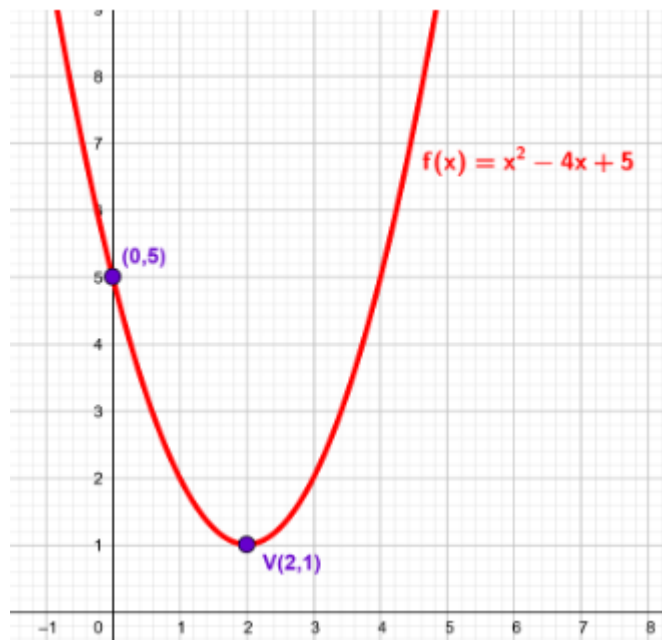


Fonte: Ribeiro, 2024

Na representação gráfica de uma função do 2º grau possui um gráfico em forma de parábola.

Representação gráfica da função $f(x) = x^2 - 4x + 5$

Imagem: Representação gráfica da função $f(x) = x^2 - 4x + 5$



Fonte: Ribeiro, 2024

Uma função do 1º grau é descrita pela lei $f(x)=ax+b$, em que a e b são constantes reais, e a variável x é real. Se $b = 0$, então a função é descrita pela lei $f(x)=ax$ e é chamada de função linear. Portanto, a função linear é um caso específico de função do 1º grau com duas incógnitas e é representada graficamente por uma reta no plano cartesiano.

Então, uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é conhecida como função polinomial quando a sua lei de formação é um polinômio que obedece a definição:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Em que: $x \rightarrow$ é a variável.

$n \rightarrow$ é um número natural.

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ e $a_0 \rightarrow$ são coeficientes.

Os coeficientes são números reais que acompanham a variável do polinômio.

Exemplos: $f(x) = x^5 + 4x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x + 9$

$$f(x) = -19x^3 + 2x - 7$$

$$f(x) = x^3$$

Expressão Algébrica	Equação	Função
$5x + 8$	$5x + 8 = 0$	$f(x) = 5x + 8$

Observando o quadro acima observamos que uma equação possui números desconhecidos, números conhecidos e uma igualdade. Uma função é uma regra que relaciona cada elemento de um conjunto numérico a um único elemento de outro conjunto numérico. Essa regra é justamente uma expressão algébrica representada de maneira parecida com as equações.

A representação gráfica da função f é o conjunto de pares ordenados que satisfazem $y = f(x)$.

De uma forma resumida temos:

Uma função é uma relação entre duas variáveis x e y , de maneira que para cada valor de x , há um único valor de y correspondente, que é chamado de imagem do elemento x .

Como o valor de y é dependente do valor de x , se diz que y é uma variável dependente e x uma variável independente.

Uma variável y pode também ser representada por $f(x)$, ou seja, $y = f(x)$, sendo x a variável independente e y a variável dependente. O símbolo $f(x)$ deve ser lido como: “ f de x ”. Neste caso, a função f é que relaciona as duas variáveis.

Um exemplo: a função $y = 150 + 25x$ também pode ser escrita como $f(x) = 150 + 25x$.

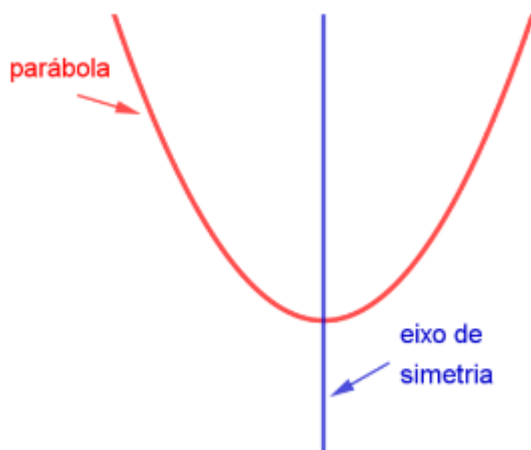
Para o estudo das funções de segundo grau, dizemos que uma função, definida para todo número real, é de 2º grau ou quadrática, quando puder ser escrita na forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ com } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0.$$

Nessa função destaca-se o termo quadrático ax^2 , o termo linear bx e o termo independente c .

A representação gráfica da função quadrática é uma parábola. A parábola é uma curva, que admite um eixo de simetria, conforme indicado na figura a seguir.

Imagem: Representação da parábola

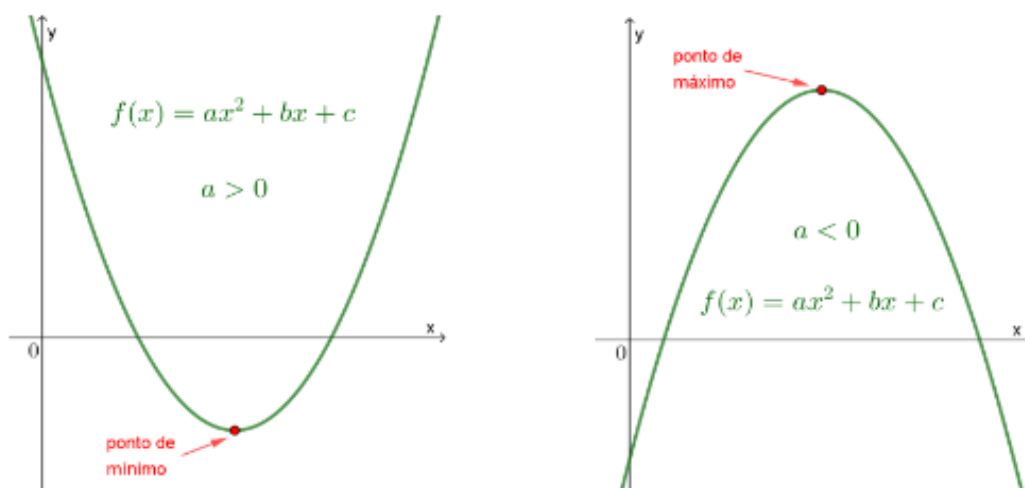


Fonte: Ribeiro, 2024

Características importantes da parábola:

- Uma parábola tem concavidade para cima ($a > 0$) ou para baixo ($a < 0$).
- Toda parábola tem um ponto de máximo ou de mínimo chamado vértice, ponto de simetria da parábola. O ponto será mínimo, quando a concavidade estiver voltada para cima e, máximo, quando a concavidade estiver voltada para baixo.

Imagem : Máximo e Mínimo



Fonte: Minas Gerais, 2022

Na vida real, encontramos a representação gráfica da função quadrática em diversas construções arquitetônicas e de engenharia. Vejamos alguns exemplos:

Vamos analisar uma foto de uma construção bem conhecida no Brasil e em Minas Gerais, a Igreja de São Francisco de Assis, popularmente chamada de “a Igrejinha da Pampulha”. Esta obra-prima, projetada por Oscar Niemeyer,

é famosa por suas formas curvas e linhas elegantes. Ao observar a estrutura da igreja, podemos identificar como a forma de algumas de suas partes, como a cobertura e os arcos, pode ser descrita por equações do segundo grau. As curvas hiperbólicas e parabolóides presentes na arquitetura são exemplos de como as equações quadráticas podem modelar e representar formas complexas em construções. Essa análise nos permite compreender a aplicação prática da matemática na arquitetura, revelando como conceitos teóricos ganham vida em projetos reais e icônicos.

Imagem : Representação parábola



Fonte: Minas Gerais, 2023

Na engenharia, as formas dos cabos de uma ponte de suspensão identificam-se com uma parábola. Foi Galileu (1564-1642) o primeiro a estudar a física e a matemática das pontes. Os cabos de uma ponte de suspensão assumem a forma de uma parábola.

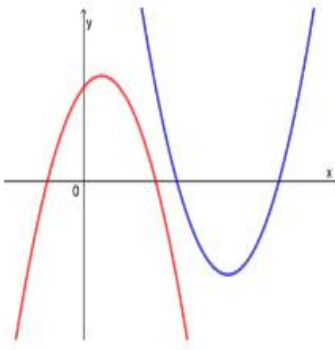
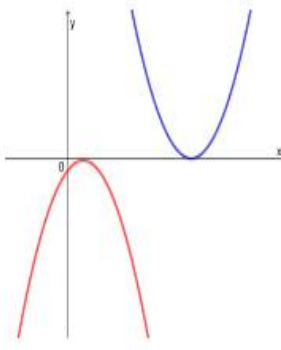
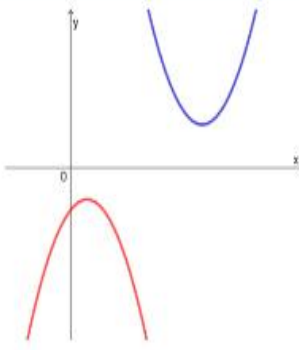


Fonte: Minas Gerais, 2023



Fonte: Minas Gerais, 2023

Agora, observe no quadro abaixo os pontos do gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ que interceptam o eixo x e entenda como eles se relacionam com as soluções da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$.

Situação 1: Se o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ intercepta o eixo x em dois pontos distintos, então o conjunto solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é formado por dois números reais.	Situação 2: Se o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ intercepta o eixo em apenas um ponto, então o conjunto solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é formado por apenas um número real.	Situação 3: Se o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ não intercepta o eixo, então o conjunto solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é vazio, isto é, a equação não tem solução no conjunto dos números reais.
		

Fonte: Minas Gerais, 2023

Para apropriação desses conceitos, vamos praticar:

ATIVIDADES

1. Complete a tabela a seguir conforme o modelo fornecido, utilizando a variável representada por 'x'. Em cada exemplo, calcule o valor das expressões correspondentes, considerando que 'x' tem o valor de 2.:

LINGUAGEM USUAL	EXPRESSÃO ALGÉBRICA	VALOR NUMÉRICO QUANDO $x = 2$
O dobro de um número	$2x$	4
O triplo de um número mais cinco	$3x + 5$	11
Um número menos quatro		
O quadrado de um número menos um		
O triplo de um número		
O triplo de um número menos dois		
A metade de um número		
A metade de um número mais sete		
A soma de um número com o seu triplo		
A diferença de um número e a sua terça parte		
A diferença de três números consecutivos		

O quíntuplo de um número mais vinte resulta 30		
O quadrado da soma de dois números		
O triplo da soma de um número com cinco		
O quadrado de um número mais um		
A décima parte de um número		
O produto da soma pela diferença dois termos		
A diferença entre o dobro e a metade do número		
O quadrado da diferença dos dois termos		
O cubo da soma de dois termos		

2. (Enem 2022) Uma moça estacionou seu carro na interseção da Rua 1 com a Avenida A. Ela está hospedada em um hotel na Rua 3, posicionado a exatos 40 metros de distância da Avenida A, contados a partir da Avenida A em direção à Avenida B. No mapa está representado um plano cartesiano cujo

eixo das abscissas coincide com a Avenida A e o das ordenadas, com a Rua 1, sendo a origem (0, 0) o local onde se encontra estacionado o veículo. Os quarteirões formados pelos cruzamentos dessas vias formam quadrados de lados medindo 100 m.



A ordenada do ponto que representa a localização do hotel é:

- A) -60
- B) -40
- C) 0
- D) 40
- E) 60

3. Ao resolver a equação $x + 4 = 2(x - 13) + 1$, qual é o valor que se encontra para x ?

- A) $\frac{9}{12}$
- B) $\frac{23}{2}$
- C) 29
- D) 31

4. Para cada uma das equações abaixo, determine 5 pares ordenados que as satisfaçam. Utilize tabelas, como no exemplo anterior, para encontrar os pares.

A) $2x + y = 6$

B) $x + y = 7$

C) $7x + y = 11$

D) $0,5x - y = 7$

5. Um ônibus interestadual viaja a uma velocidade constante. Uma tela mostra aos passageiros a distância já percorrida e o tempo transcorrido, como apresentado abaixo.

Distância percorrida: 180 km
Tempo: 2 h

Distância percorrida: 270 km
Tempo: 3 h

A) Qual a velocidade do ônibus?

B) Quais os dados serão mostrados na tela meia hora mais tarde?

C) Se x representa a quantidade de horas transcorridas e y a distância percorrida, complete a seguinte tabela em seu caderno:

x	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
y								

6. Complete a tabela indicando se cada uma das expressões representa uma função quadrática e, se afirmativo, determine seus coeficientes.

Função	Quadrática (sim ou não)	Coeficientes		
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
$v(x) = 3x^2 + 12x$				
$t(x) = 5x^2 - 40x - 40$				
$m(x) = -\frac{x^2}{4} + 400$				
$h(t) = 20t - 5t^2$				
$f(x) = 5x^2$				
$q(x) = (x+1)(x-9)$				
$g(x) = x^2 - 2$				

7. (Enem – 2015 Adaptada) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R\$1 900,00, propondo um aumento percentual fixo por ano dedicado ao trabalho.

A expressão que corresponde à proposta salarial (*s*), em função do tempo de serviço (*t*), em anos, é $s(t) = 1900 \cdot (1,05)^t$

De acordo com a proposta do sindicato, o salário, em reais, de um profissional dessa empresa com 3 anos de tempo de serviço será:

- A) 11 004,45.
- B) 5 985,00.
- C) 2 199,49.
- D) 2 083,72.
- E) 1 909,62.

[illegible]

PLANO DE ESTUDOS

Habilidades:

(EM13MAT403B): Estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano.

Unidade Temática:

- Números e Álgebra.

Objetos de Conhecimento:

- Funções exponenciais;
- Funções logarítmicas.

Agora que já conhecemos e sabemos identificar uma função de primeiro e segundo grau, vamos avançar para o estudo das funções exponenciais e logarítmicas.

Definimos como função exponencial uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{*+}$, sua lei de formação pode ser descrita por $f(x) = a^x$, em que 'a' é a base, cujo valor sempre será um número real positivo.

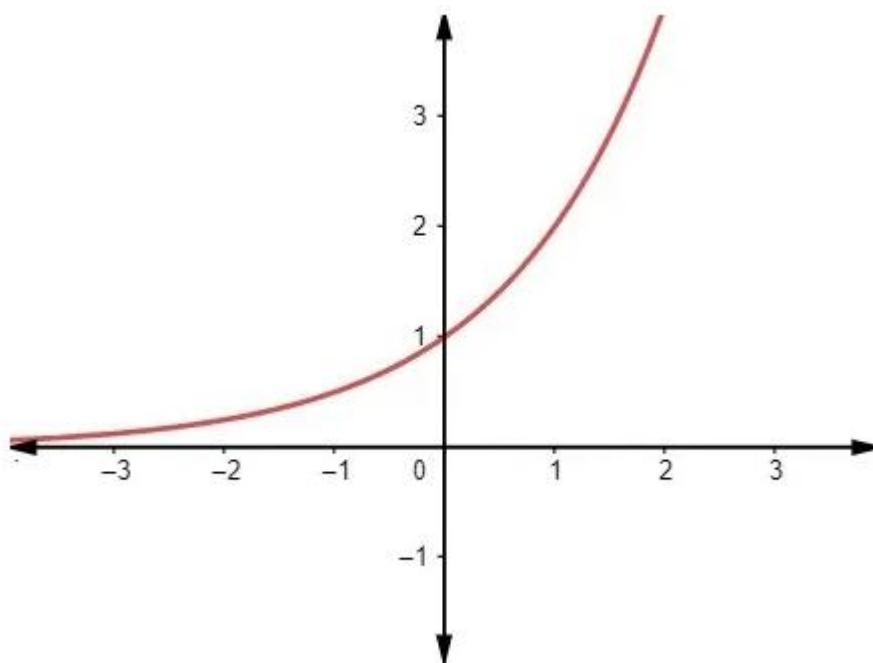
Características importantes da função exponencial.

- Seu domínio é o conjunto de todos os números reais .
- Seu conjunto imagem é o conjunto dos números reais positivos, se $a > 0$, e o conjunto dos números reais negativos, se $a < 0$.
- O gráfico sempre intercepta o eixo das ordenadas (eixo y) no ponto (0, a) e não intercepta o eixo das abscissas (eixo x).

O gráfico da função $f(x) = a^x$ é crescente quando a base é um número maior do que 1, ou seja, quando $a > 1$.

Assim, quanto maior o valor de x maior será o valor de f(x).

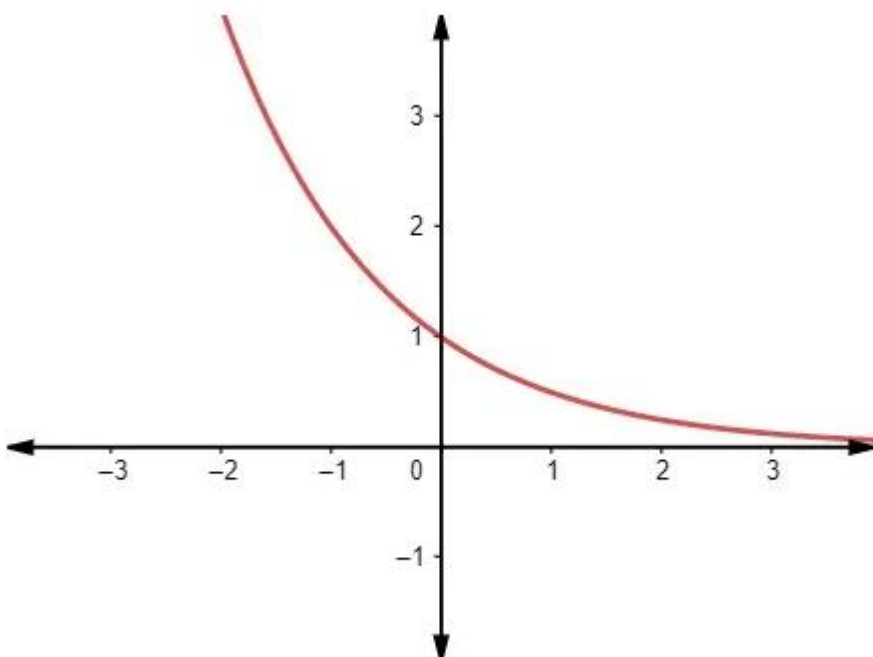
Imagem: Representação da função exponencial crescente.



Fonte: Ribeiro, 2024

A função exponencial é decrescente quando a base é um número maior que 0 e menor que 1, ou seja, quando $0 < a < 1$. Caso ela seja decrescente, quanto maior o valor de x menor será o valor de $f(x)$.

Imagem: Representação da função exponencial decrescente.



Fonte: Ribeiro, 2024

Ao construir o gráfico de uma função exponencial, é prioridade encontrar o valor numérico para alguns valores de x, como fizemos na construção dos

gráficos das funções de primeiro e segundo graus.

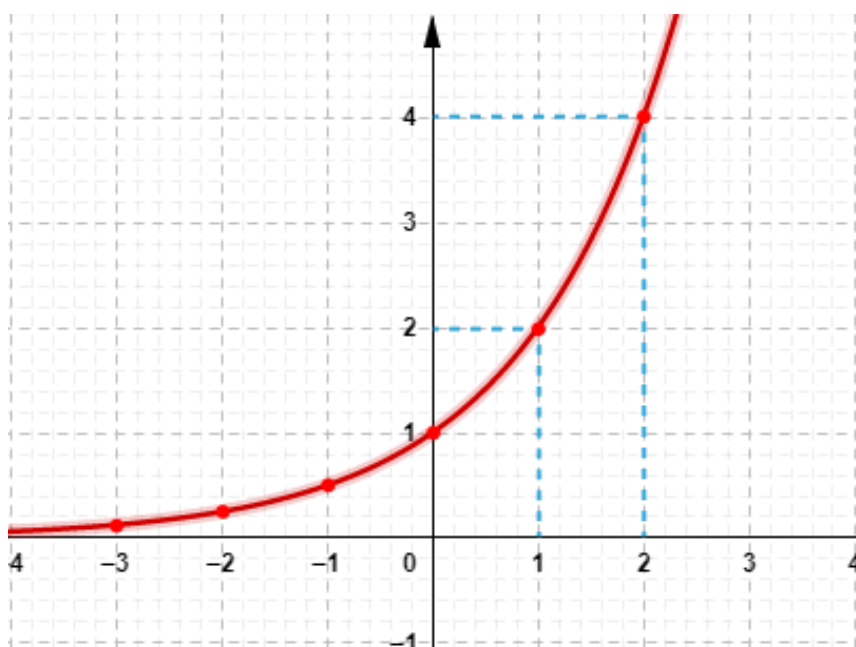
Vamos construir o gráfico da função exponencial $f(x) = 2^x$

Vamos organizar nossos dados em uma tabela conforme sugerido para o desenvolvimento da habilidade estudada aqui.

x	$f(x) = 2^x$	f(x)
-3	$f(-3) = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
-2	$f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
-1	$f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	$f(0) = 2^0 = 1$	1
1	$f(1) = 2^1 = 2$	2
2	$f(2) = 2^2 = 4$	4
3	$f(3) = 2^3 = 8$	8

Fonte: Minas Gerais, 2022

Representando esses pontos no plano cartesiano, obtemos o seguinte gráfico:



Fonte: Ribeiro, 2024

Dando sequência ao desenvolvimento da habilidade em estudo, abordaremos a definição da função logarítmica e a construção do gráfico correspondente.

Definimos a função logarítmica como $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, ou seja, seu domínio é o conjunto dos números reais diferentes de zero e seu contradomínio são os números reais, tal que a lei de formação pode ser descrita por **$f(x) = \log_a x$** , em que **x** é a variável e **a** é a base do logaritmo.

Lembrando que, por definição, em um logaritmo a base é positiva e diferente de 1.

Exemplos:

a) $f(x) = \log x \rightarrow$ (Quando a base não aparece no logaritmo, seu valor é 10.)

b) $f(x) = \log_{0,5} x \rightarrow$ (Nesse caso a base é 0,5.)

c) $f(x) = \log_8 x \rightarrow$ (Nesse caso a base é 8.)

Na construção do gráfico de uma função logarítmica, temos duas particularidades para discutir:

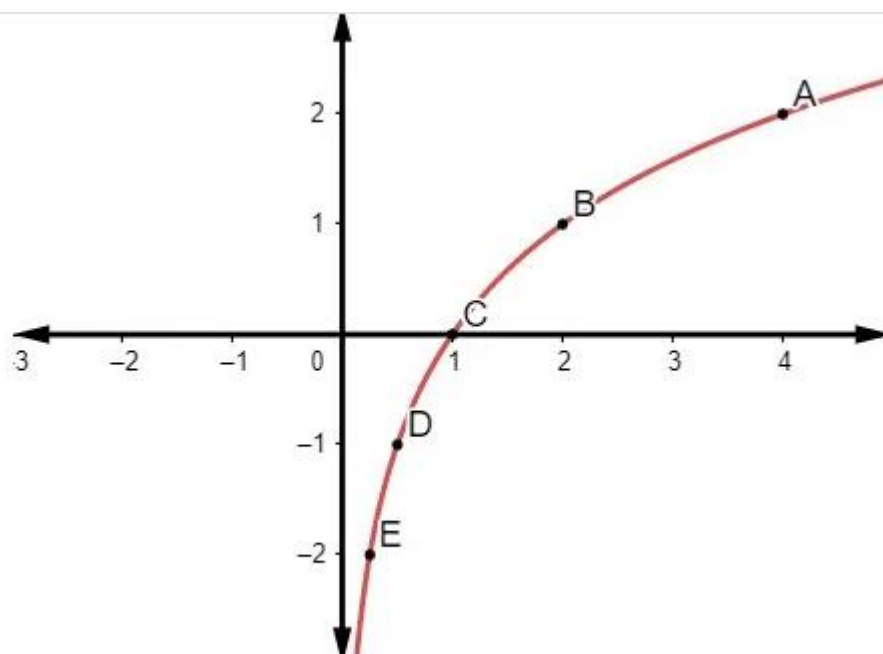
Se é uma função é crescente graficamente quando à medida que o valor de x aumenta, o valor de y também aumenta.

Exemplo:

$$f(x) = \log_2 x$$

x	$f(x) = \log_2 x$	(x, y)
4	$f(4) = \log_2 4 = 2$	$A(4, 2)$
2	$f(2) = \log_2 2 = 1$	$B(2, 1)$
1	$f(1) = \log_2 1 = 0$	$C(1, 0)$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$	$D\left(\frac{1}{2}, -1\right)$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_2 \frac{1}{4} = -2$	$E\left(\frac{1}{4}, -2\right)$

Imagem: Representação gráfica da função Logarítmica crescente.

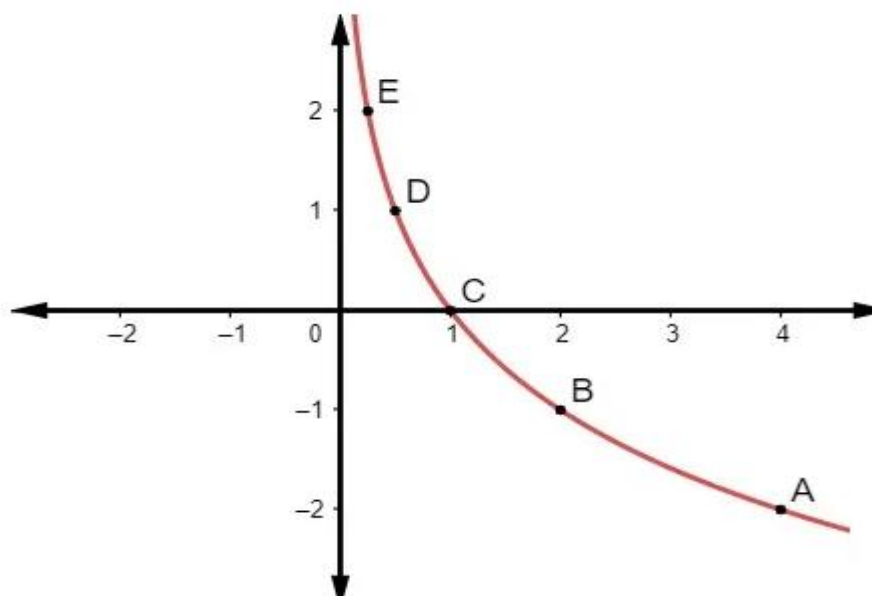


Fonte: Ribeiro, 2024

Ou se a função é considerada decrescente quando à medida que o valor de x aumenta, o valor de y diminui. Vamos construir um gráfico de uma função logarítmica decrescente.

x	$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}x$	(x, y)
4	$f(4) = \log_{\frac{1}{2}}4 = -2$	$A(4, -2)$
2	$f(2) = \log_{\frac{1}{2}}2 = -1$	$B(2, -1)$
1	$f(1) = \log_{\frac{1}{2}}1 = 0$	$C(1, 0)$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2} = 1$	$D\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4} = 2$	$E\left(\frac{1}{4}, 2\right)$

Imagem: Representação gráfica da função Logarítmica decrescente.



Fonte: Ribeiro, 2024

Os gráficos das funções exponenciais apresentam um crescimento lento no início, seguido por um aumento acentuado, refletindo um crescimento rápido e significativo. Em contraste, os gráficos das funções logarítmicas mostram um início de crescimento mais rápido, mas que vai se desacelerando progressivamente, resultando em um comportamento mais estável. O estudo dessas funções é fundamental para compreender e resolver problemas práticos. Por exemplo, cientistas utilizam funções exponenciais para projetar o crescimento populacional, enquanto biólogos aplicam funções logarítmicas para medir o crescimento de colônias bacterianas em culturas laboratoriais. Embora essas funções possam parecer complexas no início, com dedicação e prática, vocês serão capazes de compreendê-las e utilizá-las em diversas situações do cotidiano.

Para você se aprofundar nestes objetos de conhecimentos acesse o material e assista aos vídeos disponível em:

<https://www.edocente.com.br/pnld/matematica-em-contexto-funcao-exponencial-logaritmica-e-sequencias/>

<https://www.youtube.com/watch?v=xpv-SWbDUr8>

<https://www.youtube.com/watch?v=3lR3guqfbUg>

<https://www.youtube.com/watch?v=P8uxcolt8OQ>

Para apropriação desses conceitos, vamos praticar:

ATIVIDADES

1. Calcule o valor de cada um dos logaritmos abaixo:

- $\log_{10} 100$
- $\log_{10} 1000$
- $\log_2 8$

“Lembre-se de que o logaritmo responde à pergunta: "Qual número eu elevo a base para obter o valor indicado?"

2. Desenhe o gráfico da função $f(x) = \log_{10} x$ para $x=1$, $x=10$ e $x=100$. O que você observa sobre o crescimento da função conforme x aumenta?

3. Represente as seguintes funções em um plano cartesiano construindo as tabelas para uma melhor organização das construções.

- A) $f(x) = 3^x$
- B) $g(x) = 5^x$
- C) $p(x) = \frac{1}{5}x$
- D) $q(x) = (2, 5)^x$

4. Construa a tabela e o gráfico da seguinte função e em seguida pesquise sobre as características das funções logarítmicas, incluindo o comportamento e exemplos de aplicações práticas dessas funções.

$$f(x) = \log_3 x$$

5. Sobre a função logarítmica, é correto afirmar que:

- I. A função logarítmica é sempre crescente.
- II. A lei de formação da função logarítmica é $f(x) = \log_a x$.
- III. A função logarítmica é a função inversa da função exponencial.

Podemos afirmar que:

- A) Somente a afirmativa I é falsa.
- B) Somente a afirmativa II é falsa.
- C) Somente a afirmativa III é falsa.
- D) Todas as afirmativas são verdadeiras.

[illegible]

PLANO DE ESTUDOS

Habilidades:

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

Unidade Temática:

- Probabilidade e estatística.

Objetos de Conhecimento:

- Noções de probabilidade.

Para finalizarmos este módulo vamos explorar a probabilidade e compreender as chances reais de eventos ocorrerem. Tal estudo nos oportuniza análise para a tomada de decisões.

Probabilidade

Probabilidade é um assunto que aparece em nossas vidas diariamente. Com frequência fazemos perguntas do tipo: “Qual é a chance de ganhar na Mega Sena?”, “Qual é a chance de um determinado time ganhar um campeonato?” E assim por diante.

A Teoria das Probabilidades estuda os experimentos aleatórios, ou seja, situações que, mesmo se repetido várias vezes, sob condições semelhantes, apresentam resultados imprevisíveis, e apontará as chances de resultados.

No estudo de probabilidades é necessário conhecimento de alguns termos essenciais.

- **Experimento aleatório:** é todo experimento cujo resultado depende apenas do acaso, ou seja, mesmo repetido nas mesmas condições, pode ter resultados diferentes. Exemplos: lançar um dado e observar o número que ocorre na face voltada para cima; resultado de um sorteio de um jogo de loteria; extrair, ao acaso, uma carta de baralho e observar o tipo de carta obtida; etc.
- **Espaço amostral:** é o conjunto de TODOS os possíveis resultados de um experimento aleatório. Normalmente representaremos o espaço amostral por Ω (letra ômega do alfabeto grego) e indicaremos por $n(\Omega)$ o número de elementos de Ω . Exemplos: No lançamento de um dado temos $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $n(\Omega) = 6$; no lançamento de uma moeda temos $\Omega = \{\text{cara}, \text{coroa}\}$ e $n(\Omega) = 2$; etc.

- **Espaço amostral equiprovável:** ocorre quando TODOS os elementos do espaço amostral são IGUALMENTE prováveis, ou seja, tem a mesma chance de ocorrerem. Exemplo: Imagine que você está lançando um dado de seis faces, que é um dado justo. Cada face do dado tem um número de 1 a 6. O espaço amostral, que representa todos os resultados possíveis desse experimento, é: $S=\{1,2,3,4,5,6\}$. Neste caso, o dado é considerado "justo" ou "não viciado", o que significa que cada uma das seis faces têm a mesma probabilidade de aparecer. Como há seis resultados possíveis e todos são igualmente prováveis, a probabilidade de cada resultado é: $P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=P(5)=P(6)=\frac{1}{6}$. Aqui, cada elemento do espaço amostral S tem a mesma chance de ocorrer, ou seja, $\frac{1}{6}$. Portanto, este é um exemplo de um espaço amostral equiprovável.
- **Evento:** é todo subconjunto de um espaço amostral de um experimento aleatório. Representaremos um evento por letra maiúscula, como por exemplo, E , e indicando o número de elementos desse subconjunto por $n(E)$. Exemplos: lançar um dado e obter um número maior do que 4 na face voltada para cima (chamaremos o evento de D), temos $D = \{5,6\}$ e $n(D) = 2$; lançamento de uma moeda e obter a face cara voltada para cima (chamaremos esse evento de A), temos $A = \{cara\}$ e $n(A) = 1$; etc.
- **Evento complementar:** é o subconjunto do espaço amostral formado por elementos que NÃO pertencem ao evento desejado. Representaremos o evento complementar de E por $\bar{E}$, então $n(\bar{E})$ é o número de elementos do evento complementar. Exemplos: evento complementar do lançamento de um dado e obter um número maior do que 4 na face voltada para cima (chamaremos o evento complementar de D), temos $\bar{D} = \{1, 2, 3, 4\}$ e $n(\bar{D}) = 4$; evento complementar do lançamento de uma moeda e obter a face cara voltada para cima (chamaremos esse evento de A), temos $\bar{A} = \{coroa\}$ e $n(\bar{A}) = 1$; etc.

Observação:

- Quando um evento é igual ao espaço amostral, ele é chamado de evento certo.
- Quando um evento não possui elementos, ou seja, é um conjunto vazio, ele é chamado de evento impossível.

Considerando:

- ⇒ **Ω (espaço amostral):** Refere-se ao conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
- ⇒ **Equiprovável:** Significa que cada resultado no espaço amostral tem a mesma probabilidade de ocorrer.
- ⇒ **Finito e não vazio:** Indica que o espaço amostral tem um número finito de elementos e não está vazio.
- ⇒ **E (evento):** Refere-se a um subconjunto do espaço amostral Ω , ou seja, um conjunto de resultados possíveis do experimento aleatório.
- ⇒ **P(E) (probabilidade do evento E):** É a probabilidade de ocorrer algum evento do conjunto E.
- ⇒ **n(E) (número de elementos de E):** Indica a quantidade de resultados favoráveis que compõem o evento E.
- ⇒ **n(Ω) (número de elementos de Ω):** Representa a quantidade total de resultados possíveis no espaço amostral.

TEMOS:

Seja Ω um espaço amostral equiprovável, finito e não vazio de um experimento aleatório. Considerando E um evento deste espaço amostral (Ω), a probabilidade de ocorrer algum evento de E é indicada por P(E) e definida pela razão entre n(E), número de elementos de E, e n(Ω), número de elementos de Ω .

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Diferença entre Possibilidades e Probabilidades

A probabilidade e as possibilidades são conceitos relacionados, mas distintos, frequentemente utilizados em contextos matemáticos e estatísticos. Embora possam parecer semelhantes, eles têm significados diferentes e são aplicados de maneiras diferentes.

Possibilidades:

As possibilidades se referem ao número total de resultados diferentes que podem ocorrer em uma determinada situação. Em outras palavras, as possibilidades representam todas as opções ou alternativas possíveis em uma situação específica. Por exemplo, ao lançar um dado comum de seis faces, há seis possíveis resultados: 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Portanto, dizemos que há seis possibilidades ao lançar o dado.

Probabilidade:

Por outro lado, a probabilidade está relacionada à chance de um determinado resultado ocorrer em uma situação de múltiplas possibilidades. É uma medida numérica que varia de 0 a 1, onde 0 significa impossibilidade e 1 significa certeza. A probabilidade é calculada dividindo o número de resultados favoráveis pelo número total de possibilidades. Por exemplo, ao lançar um dado de seis faces, a probabilidade de obter um número par (2, 4 ou 6) é de 3 em 6, ou $\frac{1}{2}$, pois há 3 resultados favoráveis (2, 4 e 6) em um total de 6 possibilidades.

Diferenças Chave:

- As possibilidades representam todas as opções disponíveis em uma situação, enquanto a probabilidade representa a chance de um determinado resultado ocorrer em relação ao número total de possibilidades.
- As possibilidades são frequentemente contadas ou enumeradas, enquanto a probabilidade é expressa como uma fração, decimal ou porcentagem.
- As possibilidades são medidas qualitativas, enquanto a probabilidade é uma medida quantitativa.

Para saber mais sobre Probabilidade - Qual é a chance?
<https://www.youtube.com/watch?v=AZH67sWDW5w&t=88s>

Para apropriação desses conceitos, vamos praticar:

ATIVIDADES

1. No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de se obter, na face voltada para cima, um número de pontos menor que 3?
2. Determine o espaço amostral dos experimentos aleatórios a seguir e o número de elementos desse espaço:
 - A) Retirar uma bola de uma urna contendo 10 bolas numeradas de 1 a 10.
 - B) Lançar dois dados e observar os resultados possíveis.
3. (ENEM) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento destes em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a

probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{5}{8}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{5}{6}$

E) $\frac{5}{14}$

4. (Enem 2015) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20? a) $\frac{1}{100}$ b) $\frac{19}{100}$ c) $\frac{20}{100}$ d) $\frac{21}{100}$ e) $\frac{80}{100}$ (Enem 2015) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

A) $\frac{1}{100}$

B) $\frac{19}{100}$

C) $\frac{20}{100}$

D) $\frac{21}{100}$

E) $\frac{80}{100}$

5. No lançamento simultâneo de dois dados, determine a probabilidade de obtermos:

A) A soma das faces viradas para cima igual a 7.

B) Uma face virada para cima igual a 1 e outra igual a 4.

C) A soma das faces viradas para cima maior que 9.

[illegible]

REFERÊNCIAS

RAINLY, **Distância aproximada da terra**. Disponível em: <https://pt-static.z-dn.net/files/d17/84816c672156b7af9c52bec2edb991a1.jpg> Acesso em 10 mai 2024.

BRASIL, PORTAL DO PROFESSOR. **Plano cartesiano**. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1941>. Acesso em: 25 mai. 2022.

FUNÇÃO EXPONENCIAL. **Definição e gráfico de função exponencial**. [s. l.: s. n.], 1 vídeo de (10:37 min.). Publicado pelo canal E<https://www.youtube.com/watch?v=3lR3guqfbUg> . Acesso em 10 set. de 2024.

LOGARITMO. **Função Logarítmica** [s. l.: s. n.], 1 vídeo de (7:11 min.). Publicado pelo canal Equaciona Com Paulo Pereira. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=P8uxcolt8OQ> . Acesso em 10 set. de 2024.

MATEMÁTICA on line. Prof Marcos. **Plano cartesiano**. [S. l.], 2013. Disponível em: <https://marcosmatico.blogspot.com/p/plano-cartesiano.html> Acesso em 06 ago. de 2022

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 1º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. Volume 2. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1k-MJnTwzOTsBlvLMXmbtI76POegXxWXu/view> Acesso em: 10 mai. 2024.

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 3º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. Volume 7. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1zBuM1QbsE4bR7ah8NGJDK0_iME7UsLPI/view Acesso em: 20 mai. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 1º ano. **Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais**, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1k-MJnTwzOTsBlvLMXmbtI76POegXxWXu/view> Acesso em: 10 mai. 2024.

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 9º ano. Ensino Fundamental - Matemática e suas tecnologias. Volume 1 Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1leMDyX8WIWPllE3X5zyJ5EN4SR3aMxdJ>

/view Acesso em: 10 mai. 2024.

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 1º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. Volume 3. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/14rNFw_Z_9zc-LopBrKyYBBwvzSOTmKUK/view Acesso em: 10 mai. 2024.

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens. Escola de Formação e Desenvolvimento**

MATEMÁTICA on line. Prof Marcos. **Plano cartesiano**. [S. l.], 2013. Disponível em: <https://marcosmatico.blogspot.com/p/plano-cartesiano.html> Acesso em 06 ago. de 2022

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 1º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. Volume 3. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1k-MJnTwzOTsBlvLMXmbtI76POegXxWXu/view> Acesso em: 10 mai. 2024.

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 1º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. Volume 4. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1FsKNzoWbKrcfkmoQkVtC6p2esXUHqf8T/view>. Acesso em 16 maio 2024

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens. 1º ano. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais**, [s. l.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/14rNFw_Z_9zc-LopBrKyYBBwvzSOTmKUK/view Acesso em: 13 mai. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais**: educação infantil e ensino fundamental. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1ac2_Bg9oDsYet5WhxzMIreNtzy719UMz/view. Acesso em: 6 mai. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Plano de Curso**. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg> Acesso em: 15 mar. 2022.

NOTAÇÃO CIENTÍFICA. **O Que É Notação Científica.**[s. l.: s. n.], 1 vídeo de (6:44 min.). Publicado pelo canal Professora Angela Matemática. Disponível em: <https://youtu.be/EFYYKpy3Qwg> . Acesso em 8 mai. de 2024.

OLIVEIRA,Raul Rodrigues. Função Logaritmica. **Mundo Educação**, [S. l.], 2024. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/funcao-logaritmica.htm>. Acesso em: 15 mai. 2024.

POTÊNCIA DE BASE 10. **Jefferson P. Ribeiro Jr.** Disponível em: <https://i.pinimg.co/CARTESIANASm/originals/88/24/a2/8824a2b5335622ad71abd00e7219279a.png> . Acesso em 14 mai. 2024

QUIZUR. **Notação Científica.** Imagem de Lara Meurer Disponível em: <https://www.sitedecuriosidades.com/foto/galeria/6925D334.jpg> Acesso em 23 abr 2024

EQUAÇÃO 1º GRAU. **Representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas-** [s. l.: s. n.], 1 vídeo de (6:44 min.). Publicado pelo canal Professora Angela Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=zvX9gCd19bo&t=116s> . Acesso em 8 mai. de 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Coordenadas Cartesianas.** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação gráfica da função $f(x)=2x - 2$** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação gráfica da função $f(x) = x^2 -4x +5$.** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação da parábola.** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação da função exponencial crescente.** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação da função exponencial decrescente.** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação gráfica da função Logarítmica crescente.** Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmara Silva, **Representação gráfica da função Logarítmica decrescente .** Belo Horizonte, 2024.

SILVA, JOSEMERI ARAÚJO. **Formação Continuada Nova Eja. 1º BIMESTRE 2024.**Disponível em: <https://canal.cecierj.edu.br/012016/1f20f72f1f5303ee286cab0e6f224a3.pdf>. Acesso em 15 maio 2024.