

Plano de Estudos cesec

Matemática

Ensino Médio

Módulo III



**ESCOLA DE FORMAÇÃO
E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL
DE EDUCADORES DE MINAS GERAIS**

Governador do Estado de Minas Gerais

Romeu Zema Neto

Vice-governador do Estado de Minas Gerais

Mateus Simões de Almeida

Secretário de Estado de Educação

Igor de Alvarenga Oliveira Icassatti Rojas

Secretária Adjunta

Fernanda de Siqueira Neves

Subsecretária de Desenvolvimento da Educação Básica

Kellen Silva Senra

Superintendência de Políticas Pedagógicas

Rosely Lúcia de Lima

Diretoria de Modalidades de ensino e Temáticas Especiais

Fabiana Benchetrit dos Santos

Coordenação da Educação de Jovens e Adultos

Denise Jacqueline Silva Oliveira

Superintendente da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores

Graziela Santos Trindade

Diretora da Coordenadoria de Ensino da EFE

Janeth Cilene Betônico da Silva

Elaboração e construção

Professores Formadores da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores

Revisão

Equipe Pedagógica e Professores Formadores da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores

Supervisão

Juliano Alves Andrade
Silene Gelmini Araújo Veloso

Prezado Estudante,

Você está recebendo o Plano de Estudos de **COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO – MÓDULO III**. Nele você encontrará conteúdos e propostas didáticas que o ajudarão a desenvolver habilidades fundamentais para o prosseguimento ou conclusão de seus estudos.

O material foi elaborado considerando o seu perfil, trajetória de vida, interesses, objetivos e necessidades. Neste Plano de Estudos você encontrará uma diversidade de textos, imagens, vídeos, músicas, questões, exercícios e outras propostas pedagógicas que foram elaboradas pensando em favorecer o seu processo de aprendizagem.

Você deverá desenvolver as atividades didáticas aqui propostas a partir dos suportes disponibilizados neste material e no Google Classroom. Porém, para o esclarecimento de qualquer dúvida ou para uma assessoria mais personalizada para a compreensão de conceitos ou realização das questões você pode contar com a orientação de estudos feita pelo professor orientador da aprendizagem do CESEC em que você está matriculado.

Desejamos que seus objetivos possam ser alcançados e que você continue em seu percurso escolar com sucesso.

Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais

SUMÁRIO

TEMA DE ESTUDO: Geometria e Medidas.....	05
REFERÊNCIAS	20

MODULO NÚMERO III DE ESTUDO CESEC

Referência: Ensino Médio

Ano Letivo: 2025

Área de Conhecimento: Matemática e suas Tecnologias

Componente Curricular: Matemática

PLANO DE ESTUDOS

Habilidades:

(EM13MAT307A) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.).

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

Unidade Temática:

- Geometria e Medidas.

Objetos de Conhecimento:

- Áreas de figuras geométricas (cálculo por decomposição, composição ou aproximação).
- Polígonos regulares e suas características: ângulos internos, ângulos e externos etc.
- Polígonos regulares (perímetro e área).
- Pavimentações (ladrilhamento) no plano (usando o mesmo tipo de polígono ou não).
- Linguagem algébrica: fórmulas e habilidade de generalização

Neste caderno vamos falar sobre:

- **Áreas de figuras geométricas (cálculo por decomposição, composição ou aproximação):** Métodos práticos para calcular a área de figuras geométricas, seja dividindo-as em partes mais simples, juntando figuras conhecidas ou aproximando valores seus.

- **Polígonos regulares e suas características- ângulos internos, ângulos e externos etc.:** Figuras geométricas com lados e ângulos iguais, onde estudamos suas propriedades, como os ângulos internos e externos.
- **Polígonos regulares (perímetro e área):** Formas geométricas em que todos os lados são iguais, e calculamos o perímetro somando seus lados e a área usando fórmulas específicas.
- **Pavimentações (ladrilhamento) no plano (usando o mesmo tipo de polígono ou não):** Técnica de cobrir uma superfície plana sem sobreposição ou lacunas, utilizando polígonos iguais ou diferentes, formando padrões geométricos.
- **Linguagem algébrica: fórmulas e habilidade de generalização:** Uso de expressões algébricas para representar relações matemáticas e a capacidade de generalizar padrões ou regras em diferentes situações.

Neste caderno, faremos uma breve e importante retomada dos conceitos de cálculo algébrico, com foco em sua aplicação na determinação de áreas e perímetros. Exploraremos também fundamentos importantes da geometria para fortalecer o entendimento desse objeto do conhecimento.

Vamos praticar!!

Na geometria, as expressões algébricas são utilizadas para descrever propriedades e relações entre figuras geométricas. Para tratarmos com mais tranquilidade estas habilidades, vamos retomar expressão algébricas.

Uma expressão algébrica é uma combinação de números, letras (chamadas de variáveis) e operações matemáticas, como adição, subtração, multiplicação e divisão.

As variáveis representam valores desconhecidos ou que podem variar.

Por exemplo, na expressão $(2x + 3)$, (x) é uma variável que pode assumir diferentes valores.

Por que as expressões algébricas são importantes?

As expressões algébricas são fundamentais na matemática porque permitem representar e resolver problemas de forma geral e abstrata. Elas são usadas para formular equações, que são essenciais para encontrar soluções em diversas situações do dia a dia e em outras áreas do conhecimento.

Na Geometria utilizamos a expressão algébrica para descrever o que está sendo pedido.

Por exemplo, a fórmula do perímetro de um retângulo é $(P = 2l + 2w)$, onde (l) é o comprimento e (w) é a largura. Essa expressão algébrica nos permite calcular o perímetro de qualquer retângulo, independentemente de suas dimensões específicas.

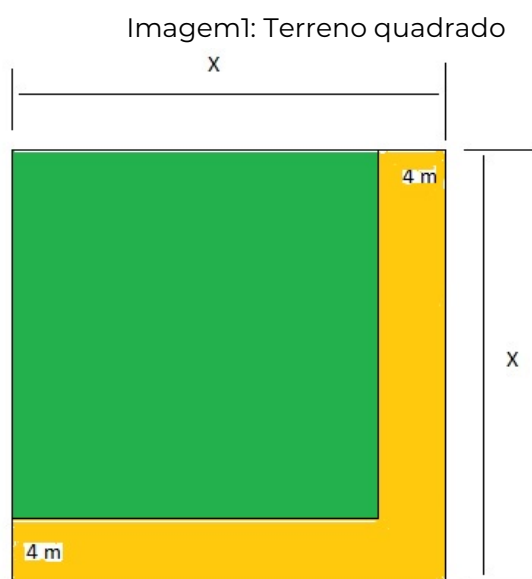
Outro exemplo é a fórmula da área de um triângulo, $A = \frac{b \times h}{2}$ onde (b) é a base e (h) é a altura. Com essa expressão, podemos determinar a área de qualquer triângulo, facilitando a resolução de problemas geométricos.

Entender e utilizar expressões algébricas é muito importante para o estudo da matemática e suas aplicações práticas, especialmente na geometria. Elas nos ajudam a resolver problemas de forma eficiente e a compreender melhor as relações entre diferentes elementos geométricos.

Para uma melhor compreensão segue o material sobre expressão algébrica disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=i7MZpiRht2E&t=581s>.

Vamos explorar um exemplo prático:

Um agricultor rural possui um terreno no formato quadrado e para que ele pudesse movimentar as suas máquinas por todo o terreno, resolveu tirar uma faixa de 400 cm na lateral e no fundo do terreno conforme mostra a figura a seguir, porém ele não se lembrava do comprimento e largura do seu terreno. Após a retirada das duas faixas do terreno a sua área de plantio ficou sendo de 256 m². Sendo assim, de quanto era o comprimento original deste terreno antes de fazer esta alteração?



Fonte: Ribeiro, 2024

Primeiro precisamos converter 400 cm em metros, pois a medida total do terreno está em metros quadrados. Logo: 400 cm = 4 metros. Como o terreno era quadrado e a faixa retirada do terreno tem a mesma medida, o terreno continua quadrado.

A fórmula para calcular área de quadrado $A = X^2$

Como já temos a área total após a retirada da faixa de 4 metros, então teremos que:

$$256 = X^2$$

$$\sqrt{256} = \sqrt{X}$$

$$16 = X$$

Logo, o terreno depois de retirada a faixa de 4 metros ficou com um tamanho de 16 m X 16m.

Como a pergunta foi: 'Sendo assim, de quanto era o comprimento original deste terreno antes de fazer esta alteração?'

Temos os 16 metros encontrados somados aos 4 metros retirados que dá 20 metros de lado do terreno.

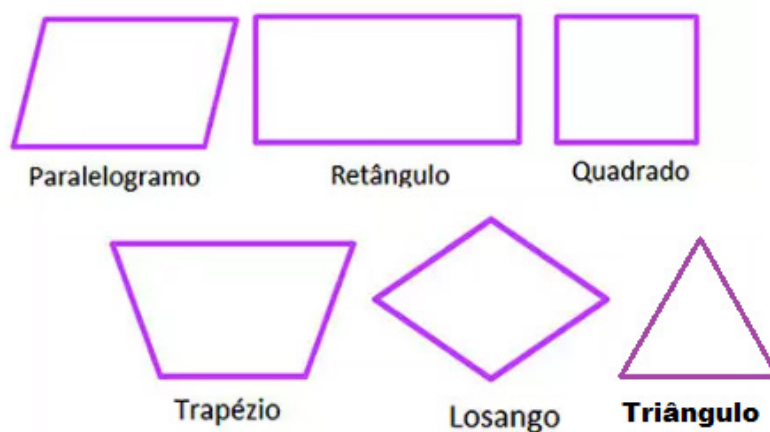
Para sabermos qual é a área do terreno com o acréscimo dos 4 m de largura e comprimento temos:

$$A = 20^2$$

$$\text{Área atual do terreno} = 400\text{m}^2$$

Para o cálculo do perímetro, precisamos somar todos os lados da figura, neste caso temos: $x + x + x + x = 4x$ como $x = 16$ o perímetro = 64 m.

Polígonos Regulares: São polígonos com todos os lados e ângulos iguais. Segue alguns exemplos.

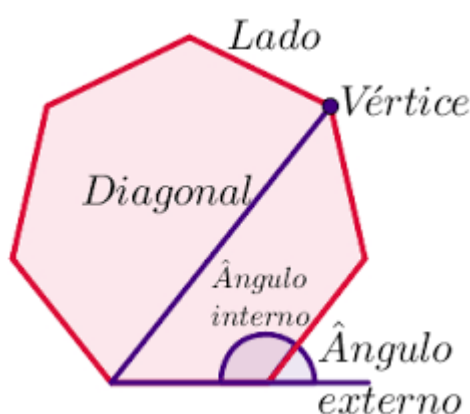


Fonte: Minas Gerais, 2024

Elementos do Polígono

- Vértice: corresponde ao ponto de encontro dos segmentos que formam o polígono.
- Lado: corresponde a cada segmentos de reta que une vértices consecutivos.
- Ângulos: os ângulos internos correspondem aos ângulos formados por dois lados consecutivos. Por outro lado, os ângulos externos são os ângulos formados por um lado e pelo prolongamento do lado sucessivo a ele.
- Diagonal: corresponde ao segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos, ou seja, um segmento de reta que passa pelo interior da figura.

Figura 2 - Elementos de um Polígono



Fonte: Brasil Escola, 2021

Para calcular as áreas das principais figuras planas, utilizamos as seguintes fórmulas onde:

l = Lado

b = base

h = altura

D = Diagonal maior

d = diagonal menor

B = Base maior

b = base menor

$$A_{\text{Quadrado}} = l^2$$

$$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

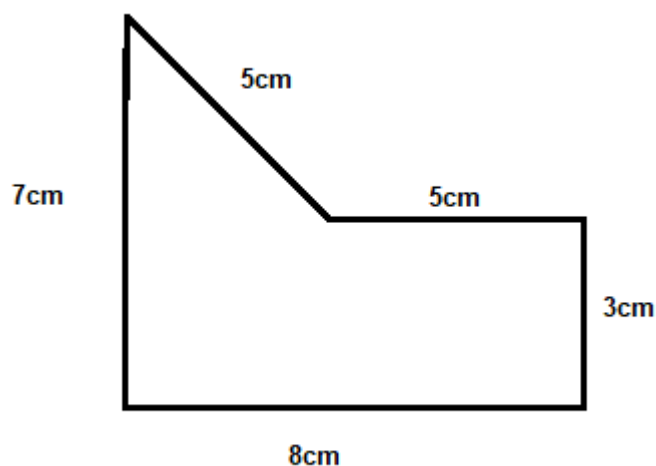
$$A_{\text{Losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

Calcular a área de superfícies exige especial atenção, especialmente quando se trata de formas irregulares, ou seja, figuras com formas não convencionais. Uma boa estratégia para calcular a área dessas figuras planas é dividir a forma complexa em formas mais simples, cuja área pode ser calculada diretamente.

Um exemplo:

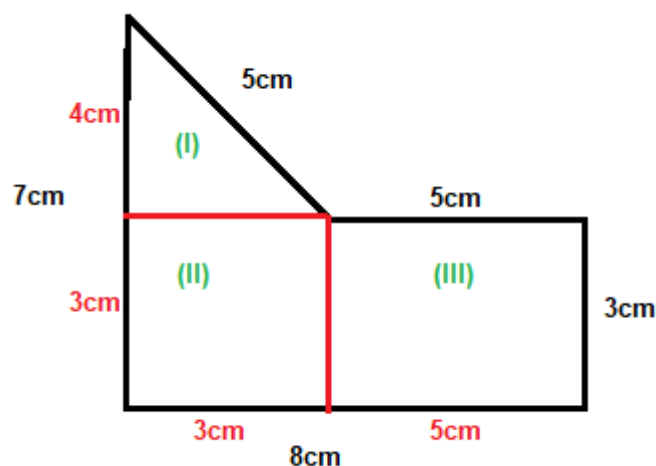
Imagem: Polígono Irregular



Fonte: Ribeiro, 2024

Dividindo essas figuras em figuras convencionais, temos:

Imagem: Polígono Irregular dividido



Fonte: Ribeiro, 2024

Desta forma temos:

$$\text{Figura I} = A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Figura II} = A_{\text{Quadrado}} = l^2 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

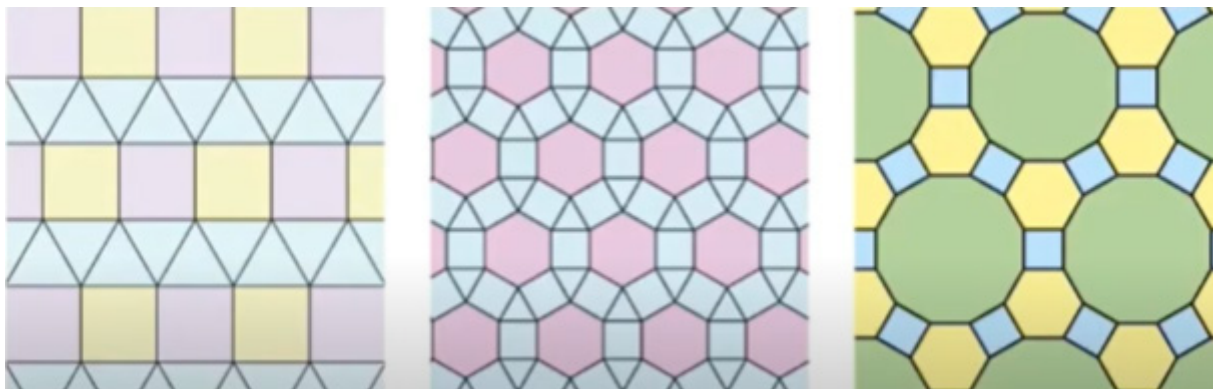
$$\text{Figura III} = A_{\text{retângulo}} = b \cdot h = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$

A Área total da figura é $6 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2 + 15 \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2$

O ladrilhamento com polígonos, também conhecido como tesselação, é um conceito matemático que envolve a cobertura de uma superfície plana usando polígonos, sem deixar espaços ou sobreposições. Esse estudo é fundamental na geometria, permitindo explorar propriedades de simetria, padrões e formas. Polígonos regulares como triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos, são frequentemente usados devido à sua capacidade de preencher o plano de maneira uniforme. Além de suas aplicações em matemática pura, o ladrilhamento tem relevância em áreas como design, arquitetura e ciência dos materiais, proporcionando uma conexão prática entre teoria e aplicação.

Observe os exemplos de ladrilhamento a seguir:

Imagem: Ladrilhamento superfície plana



Fonte: Belini, 2022

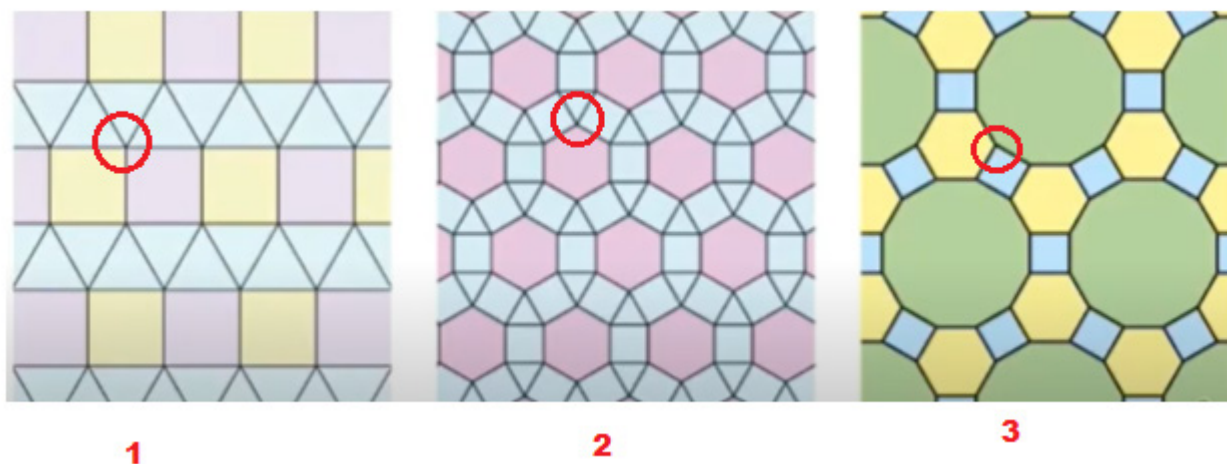
Para que o plano, ou a superfície fique toda ladrilhada é necessário que os ângulos com vértice tem a soma igual a 360° .

Lembrando que: A soma dos ângulos internos de um polígono é dada pela expressão:

$S = (n - 2) \times 180^\circ$, onde **$n$** = número de lados do polígono.

Para calcular o valor de cada ângulo é preciso dividir a soma dos ângulos internos pelo número de lados do polígono.

Imagem: Ladrilhamento superfície plana



Fonte(adaptada): Belini, 2022

Vamos analisar a imagem anterior.

Na Imagem 1 da figura acima foi utilizado um ladrilhamento com triângulos equiláteros e quadrados.

Soma dos ângulos internos do triângulo equilátero é: $S = (3 - 2) \times 180^\circ$

$$= 1 \times 180 = 180^\circ$$

como a definição de polígonos regulares fala que todos os ângulos são iguais, então, cada ângulo mede 60° .

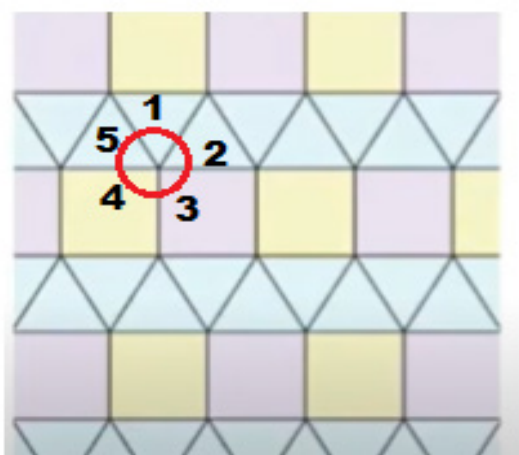
Soma dos ângulos internos do quadrado é: $S = (4 - 2) \times 180^\circ$

$$= 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

Aqui estamos tratando de um quadrado, então temos que dividir 360 por 4
 $= 90^\circ$

Ao aferirmos o ladrilhamento da imagem 1 constatamos que as somas dos ângulos foi igual a 360° .

Imagem: Ladrilhamento superfície plana



1

Fonte(adaptada): Belini, 2022

$$\text{ângulo } 1 = 60^\circ$$

$$\text{ângulo } 2 = 60^\circ$$

$$\text{ângulo } 3 = 90^\circ$$

$$\text{ângulo } 4 = 90^\circ$$

$$\text{ângulo } 5 = 60^\circ$$

$$\text{Soma} = 60^\circ + 60^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\text{ângulo } 1 = 60^\circ$$

$$\text{ângulo } 2 = 60^\circ$$

$$\text{ângulo } 3 = 90^\circ$$

$$\text{ângulo } 4 = 90^\circ$$

$$\text{ângulo } 5 = 60^\circ$$

$$\text{Soma} = 60^\circ + 60^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

Em resumo, a condição para que o ladrilhamento (ou tesselação) funcione adequadamente envolve a cobertura de uma superfície plana usando uma ou mais formas geométricas sem sobreposições ou espaços vazios. As principais condições para um aconteça um ladrilhamento funcional é:

1. **Regularidade:** A forma (ou formas) utilizadas deve ser capaz de repetir-se periodicamente, cobrindo toda a superfície plana de maneira uniforme.
2. **Ângulos Internos:** A soma dos ângulos internos das formas geométricas que se encontram em um vértice deve ser um divisor exato de 360 graus. Por exemplo, triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares são capazes de ladrilhar um plano porque a soma dos ângulos em torno de qualquer ponto de interseção é 360 graus.
3. **Formas Adjacentes:** As formas adjacentes devem compartilhar completamente seus lados, de modo que não haja lacunas entre elas.

Essas condições garantem que o ladrilhamento seja contínuo e sem falhas. Certas formas geométricas, como os polígonos regulares (triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares), cumprem naturalmente essas condições, permitindo um ladrilhamento perfeito do plano.

Para aplicação desses conceitos, vamos praticar:

ATIVIDADES

1. Segue uma relação de exercícios envolvendo a expressão algébrica.

1.1 Simplifique as seguintes expressões: a) $(3x + 5x)$ b) $(7y - 2y + 4)$ c) $(2a + 3b - a + 5b)$

1.2 Substitua as variáveis pelos valores dados e calcule o resultado:

a) $(2x + 3)$ para $(x = 4)$

b) $(5y - 7)$ para $(y = 2)$ c) $(3a + 2b)$ para $(a = 1)$ e $(b = 3)$

1.3 Resolva as seguintes equações para encontrar o valor da variável:

a) $(2x + 3 = 11)$

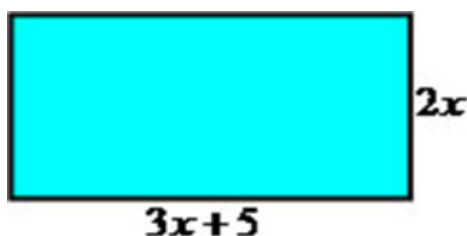
b) $(5y - 4 = 16)$ c) $(3a + 2 = 11)$

1.4 Use expressões algébricas para resolver problemas geométricos:

a) Um retângulo tem comprimento ($l = 5$) e largura ($w = 3$). Use a expressão $(P = 2l + 2w)$ para encontrar o perímetro.

b) A base de um triângulo é ($b = 6$) e a altura é ($h = 4$). Use a expressão $A = \frac{b \times h}{2}$ para encontrar a área.

2. Sabemos que para calcular a área da figura geométrica retangular devemos multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura. Desta forma representamos algebricamente a área do retângulo a seguir como?



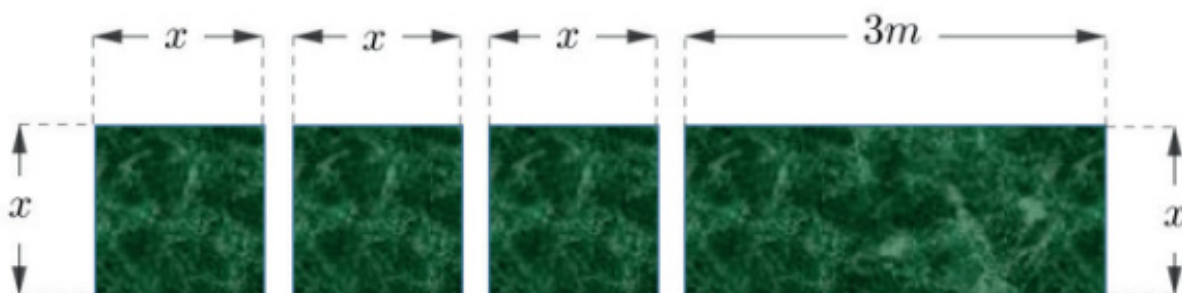
A) $6x^2 + 5$.

B) $6x^2 + 10x$.

C) $6x + 5$.

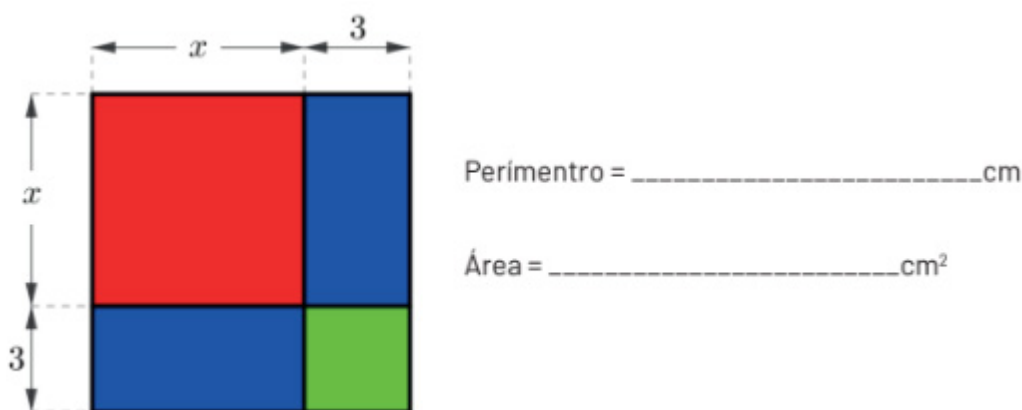
D) $6x + 10$.

3. Uma fábrica cortou três peças de granito em formato de quadrado, com lado medindo x metros, e uma peça retangular em que uma de suas dimensões mede 3 metros e a outra tem a mesma medida do lado das peças quadradas, conforme indicado na figura abaixo.



- A) Qual é a expressão algébrica que fornece a medida do perímetro de cada peça quadrada, em função da medida x ?
- B) Qual é a expressão algébrica que fornece a medida da área de cada peça quadrada, em função da medida x ?
- C) Qual é a expressão algébrica que fornece a medida do perímetro da peça retangular, em função da medida x ?

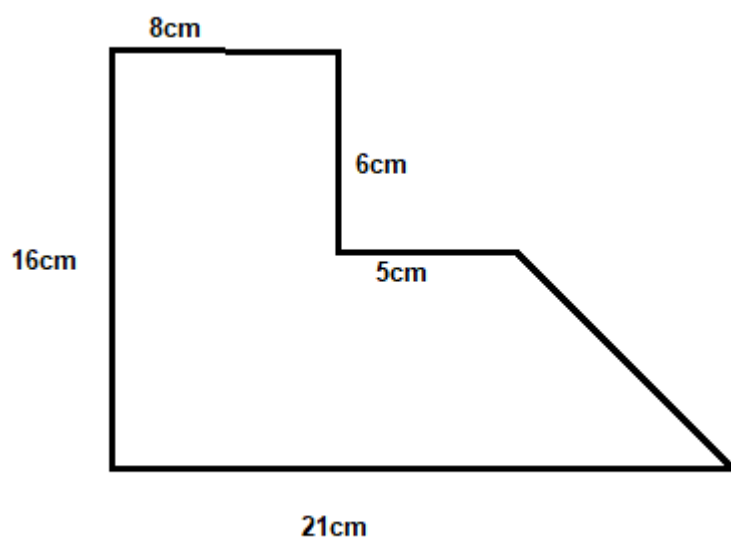
4. As dimensões da figura abaixo estão indicadas em centímetros. Qual são as expressões algébricas simplificadas que representam as medidas do perímetro e da área total dessa figura, em função da medida x ?



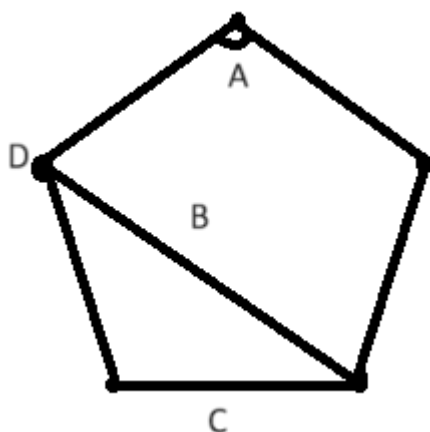
5. Um terreno possui formato de um trapézio, com bases medindo 15 metros e 20 metros e a altura medindo 10 metros. Se a metade desse terreno será utilizada para a construção de uma casa, então a área construída desse terreno é de:

- A) $175,0 \text{ m}^2$
- B) $105,5 \text{ m}^2$
- C) $87,5 \text{ m}^2$
- D) $82,5 \text{ m}^2$
- E) $78,0 \text{ m}^2$

6. Calcule a área e o perímetro do polígono abaixo:



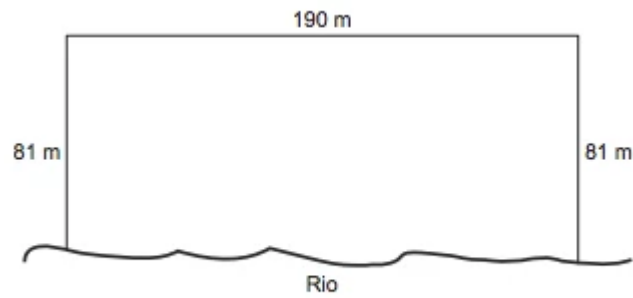
7. Analise atentamente a figura abaixo e selecione a opção correta que corresponda a cada letra, indicando os itens na sequência A, B, C, D:



1. Lado, Diagonal, Vértice, Ângulo
2. Diagonal, Ângulo, Vértice, Lado,
3. Ângulo, Diagonal, Lado, Vértice
4. Ângulo, Vértice, Lado, Diagonal

8. ENEM 20- 13 Questão 147:

Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



(Foto: Reprodução)

A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é

- A) 6.
- B) 7.
- C) 8.
- D) 11.
- E) 12.

[illegible]

REFERÊNCIAS

BRASIL ESCOLA. **Elementos de um polígono** Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/elementos-um-poligono.htm>. Acesso em: 24 mai 2024

BRASIL ESCOLA. **Polígonos Regulares**. Disponível em: <https://s4.static.brasilecola.uol.com.br/be/2022/09/poligonos-regulares.jp>. Acesso em: 24 mai 2024

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS. **Definição de expressões algébricas**. [s. l.: s. n.], 1 vídeo de (13:03 min.). Publicado pelo canal Gis com Giz Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=i7MZpiRht2E&t=581s>. Acesso em 11 set. de 2024.

LADRILHAMENTO. **Ladrilhamento com polígonos** [s. l.: s. n.], 1 vídeo de (11:21 min.). Publicado pelo canal Professora Matemática Marcel Belini. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=WtQdD8q0gEo>. Acesso em 28 mai. de 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais**: educação infantil e ensino fundamental. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1ac2_Bg9oDsYet5WhxzMIreNtzy719UMz/view. Acesso em: 16 mai. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Plano de Curso**. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2022. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg> Acesso em: 25 mar. 2022.

MINAS GERAIS (Estado). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Material de Apoio Pedagógico Para Aprendizagens**. 2º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. Volume 1. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, [s. l.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1BCHXrRB8tDFfv3ZwELp7J_E3y0ayrygB/view Acesso em: 26 mai. 2024.

RIBEIRO, Selmaria Silva, **Polígono Irregular**. Belo Horizonte, 2024.

RIBEIRO, Selmaria Silva, **Polígono Irregular dividido**. Belo Horizonte, 2024.